

TABLA DE CONTENIDOS

Olimpiada Nacional de Ciencias (ONC)

Matemática, Segundo Básico

Contenidos declarativos, procedimentales y algunos comentarios explicativos.

Año 2025, contenidos de todas las fases de la olimpiada.



Olimpiada Nacional
de Ciencias

APTITUDES

- ▶ ingenio
- ▶ meticulosidad
- ▶ concentración
- ▶ precisión
- ▶ imaginación

ÁREAS

Conjuntos y Lógica

Razonamiento

Aritmética

Geometría

Álgebra

Combinatoria

Estadística y probabilidades

CONJUNTOS Y LÓGICA

Fundamentos

Manejo teórico y operativo de conceptos como el de conjunto vacío, conjunto universo, cardinalidad, y las relaciones de pertenencia (\in) y contención (\subseteq). Conjuntos numéricos: conjunto de los números naturales (\mathbb{N}), enteros (\mathbb{Z}), racionales (\mathbb{Q}) y los números reales (\mathbb{R}).

Importante

Operaciones con conjuntos

Representación gráfica, enumerativa y descriptiva de la unión o intersección de dos o más conjuntos. Representación gráfica, enumerativa y descriptiva de la diferencia o diferencia simétrica de dos conjuntos, y del complemento de un conjunto dentro de un universo dado (notación: A^C , es el complemento del conjunto A). Pares ordenados, ternas ordenadas, construcción gráfica y enumerativa del producto cartesiano de dos conjuntos dados. Cardinalidad de un conjunto. Cardinalidad de productos cartesianos de dos o tres conjuntos. Principio de inclusión y exclusión para dos o tres conjuntos. Operaciones con conjuntos infinitos. Leyes de DeMorgan en conjuntos.

Ejemplo de operación con conjuntos infinitos: En \mathbb{Z} , ¿Cuál es la intersección del conjunto de los múltiplos de tres con los pares?

Subconjuntos

Capacidad de enumerar todos los subconjuntos de un conjunto dado que posea una cantidad reducida de elementos (por ejemplo: el conjunto de las vocales). Subconjuntos de k elementos dentro de un conjunto de n elementos (con $k \leq n$). Contención propia (\subset) e impropia (\subseteq). Escritura de subconjuntos infinitos de los enteros o naturales en forma descriptiva.

A manera de ejemplo, los múltiplos de tres pueden codificarse en forma descriptiva así: $\{3k \mid k \in \mathbb{Z}\}$

Proposiciones

Concepto de proposición y valor de verdad. Concepto de proposición abierta.

Una proposición abierta es aquella que tiene variables indeterminadas y no cuantificadas, propiamente hablando no es una proposición pues no tiene valor de verdad, a menos que se determine el valor de sus variables. Por ejemplo: "El número x es par" es una proposición abierta. Puede concebirse como un conjunto de proposiciones.

Conectivos lógicos y tablas de verdad

Construcción de tablas de verdad para los conectivos lógicos básicos (conjunción \wedge , disyunción \vee , negación \neg , condicional \rightarrow y bicondicional \leftrightarrow) para dos o más proposiciones simples. Proposición compuesta. Valor de verdad de una proposición compuesta. Valor de verdad de una proposición simple dados los valores de una proposición compuesta donde está incluida. Equivalencia lógica. Negación de proposiciones que involucran la palabra "existe" o la frase "para todo".

Leyes de la lógica

Leyes operativas de los conectivos lógicos (asociatividad, conmutatividad, idempotencia, etc.). Leyes de De Morgan.

RAZONAMIENTO

Argumentación

Capacidad de elaborar argumentos convincentes.

En particular, si al alumno se le solicita un argumento, se espera una explicación clara y convincente, aunque no debe cubrir absolutamente todos los detalles ni ser enteramente formal. Una demostración en matemáticas, por el contrario, debe ser clara, convincente, formal y sin agujeros lógicos. Se posterga la capacidad de elaborar demostraciones a grados posteriores.

Acertijos lógicos y problemas de razonamiento

Pueden ser de diversa índole: problemas que involucren la subdivisión en casos o el análisis meticuloso de los datos ofrecidos; problemas sobre personajes que mienten o dicen la verdad; la utilización de balanzas o contenedores de manera secuencial para realizar ingeniosamente cálculos o comparaciones; búsqueda de errores en razonamientos; problemas que versen sobre mensajes codificados u operaciones aritméticas inventadas específicamente para esta competencia; búsqueda de estrategias óptimas para ser aplicadas a juegos matemáticos o situaciones varias; etc.

Esta sección se combina con otros contenidos de cualquiera de las áreas a evaluar, por lo que es incluida de manera frecuente.

Importante

Patrones

Identificación y aplicación de patrones establecidos sobre figuras geométricas, tablas de datos, números u otros objetos para la determinación de un objeto final, después de un número finito de aplicaciones de la regla o patrón.

Algunos problemas que consisten en la detección de patrones no son problemas matemáticos válidos, pues pueden depender del punto de vista y tener infinitas respuestas posibles. Tales problemas no serán evaluados. Ejemplo de un problema inválido: "Hallar el siguiente número en la sucesión: 2, 4, 6, ...". El problema es inválido pues tiene infinitas posibles respuestas, el patrón podría continuar así: "2, 4, 6, 12, 14, 16, 22, 24, 26, 32, 34, 36, 42, 44, 46, ...", o así: "2, 4, 6, 6, 8, 10, 10, 12, 14, 14, 16, 18, 18, ..." Note cuán diferente parece el último patrón si se lee de tres en tres (el patrón parece completo), o si se pone atención únicamente a los números que se repiten y los que no se repiten, que ocurren de manera alternada (el patrón parece incompleto pues el 2 debería repetirse). Incluso podría no haber un patrón, tal y como se entiende la palabra.

Importante

ARITMÉTICA

Axiomas

Comprensión de las leyes o axiomas algebraicos de los números, con respecto a las operaciones de suma y multiplicación (conmutatividad, asociatividad, distributividad, existencia del elemento neutro y la unidad, y existencia de elementos simétricos e inversos). Capacidad de verificar si las leyes se cumplen o no para una nueva operación cuya definición es indicada en un problema.

Divisibilidad

Definición de la relación de divisibilidad. Diferencia entre la relación de divisibilidad ($4 \mid 12$ es verdadero) y la operación de división ($12 \div 4 = 3$). Algoritmo de la división (dividendo = divisor \times cociente + residuo). Propiedades de la divisibilidad en \mathbb{N} (reflexividad, antisimetría y transitividad). Definiciones de divisor, múltiplo, divisor común, múltiplo común, máximo común divisor (MCD) y mínimo común múltiplo (MCM) para dos o más números. Criterios de divisibilidad para los números 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10 y 11. Algoritmo de Euclides para la determinación del MCD de dos números. La función aritmética τ : número de divisores positivos de un número natural.

Por ejemplo, $\tau(10) = 4$, porque 10 tiene 4 divisores positivos distintos. El símbolo τ se lee tau.

En algunos textos tradicionales, el algoritmo de Euclides para el MCD es conocido como el "método de las divisiones sucesivas".

Importante

Operatoria

Suma, resta, multiplicación y división de números enteros, racionales y reales. Manejo de las operaciones mencionadas tanto en decimales como con fracciones. Fracciones equivalentes y simplificación de las mismas. Conversión de números racionales entre las formas siguientes: número mixto, fracción (propia o impropia), número decimal y porcentaje. Potenciación y radicación de enteros y racionales. Leyes de los exponentes y de las raíces. Leyes de los signos para la multiplicación o división de números. Jerarquía de las operaciones incluyendo signos de agrupación. Definición de factorial y su jerarquía en las operaciones.

Importante

Primos

Definiciones de número primo y número compuesto. Definición de primos relativos. Criterio para verificar si un número dado es primo (verificar si es múltiplo de algún número mayor que 1 y menor o igual a su raíz cuadrada). Construcción de la criba de Eratóstenes. Definición de primos gemelos. Definición de números perfectos.

Teorema Fundamental de la Aritmética

Conocimiento y comprensión del enunciado del teorema. Factorización en primos de un número natural dado. Determinación del máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de dos o más números vía sus factores primos. Capacidad de determinar si un número es divisor de otro vía la comparación de sus factorizaciones primas.

Orden

Relaciones de orden ($<$, $>$, \leq y \geq). Capacidad de ordenar de menor a mayor o de mayor a menor un conjunto dado de números enteros o racionales, posiblemente expresados mediante combinaciones de operaciones aritméticas. La desigualdad cuadrática como herramienta para elaborar argumentos.

La desigualdad cuadrática dice que todo número real elevado al cuadrado da un resultado no negativo. Se puede usar para elaborar argumentos como el siguiente: el máximo valor que puede tomar la expresión $25 - x^2 - y^2$ es 25, sin importar el valor que tomen las variables.

Sucesiones y series

Definiciones de: sucesión aritmética, sucesión geométrica, serie aritmética y serie geométrica. Fórmula de Gauss para la suma de enteros consecutivos. Determinación de términos específicos en sucesiones definidas recursivamente o sucesiones que poseen una forma cerrada.

Le llamamos forma cerrada a una manera de saber el resultado sin tener que calcular cierta operación que posee un patrón. Por ejemplo, si se suman los enteros positivos impares desde 1 hasta cierto número impar, el resultado siempre es un cuadrado perfecto. Note que la suma de los primeros cuatro impares $1 + 3 + 5 + 7$ da como resultado el cuadrado de 4, que es 16.

Ecuaciones en enteros

Ecuaciones sencillas de dos o tres variables con soluciones enteras. Por ejemplo, encontrar los pares de enteros (x, y) tales que sean solución de la ecuación $x^2 + y^2 = 25$.

A este tipo de ecuaciones también se les llama ecuaciones diofantinas.

GEOMETRÍA

Razonamiento espacial

Capacidad de imaginar figuras sólidas construidas a partir de otras más simples. Estrategias para contar aristas, caras y vértices de figuras sólidas construidas a partir de cubos, tetraedros regulares, prismas y otras figuras simples. Rotación, traslación y reflexión de figuras sólidas o planas, posiblemente iterando o combinando dichas transformaciones.

Conceptos básicos

Definición de segmento de recta y su notación, definición de circunferencia, arcos de circunferencia, rectas tangentes a circunferencias, rectas secantes a circunferencias, diámetro y radio de circunferencias. Proporcionalidad como factor de conversión, y conversiones entre medidas lineales, cuadráticas y cúbicas (por ejemplo, de metros cúbicos a centímetros cúbicos)

Polígonos

Clasificación y nomenclatura de las figuras según el número de lados y otras propiedades (triángulos, cuadriláteros, paralelogramos, rombos, cuadrados, rectángulos, romboides, trapecios, trapezoides, pentágonos, hexágonos, etc.). Clasificación de triángulos según sus ángulos (obtusángulo, rectángulo, acutángulo) y según sus lados (equilátero, isósceles, escaleno). Perímetro y área de figuras geométricas (cuadrado, rectángulo, círculo, triángulo, etc.). Definición de vértices, lados y diagonales de polígonos.

Los romboides también son llamados deltoides. Entre los matemáticos de Guatemala es común la nomenclatura de Julio Rey Pastor, en la que los romboides NO son un caso particular de los paralelogramos, sino que corresponden a la figura geométrica que intuitivamente se identifica con los barriletes (deltoides). En muchos libros europeos y norteamericanos, se le llama romboide al paralelogramo que no es rombo. En la terminología de Rey Pastor, a esta figura se le llama simplemente "paralelogramo general". La ventaja de decir deltoide es que el término no es ambiguo, no importando la escuela geométrica que se siga.

Figuras sólidas

Volumen y área superficial de algunas figuras geométricas sólidas (cubo, esfera, cilindro y prisma recto con cualquier figura de base). Definición de vértices, aristas y caras de figuras sólidas en las que tales conceptos apliquen. Definición de poliedro y conocimiento de los sólidos platónicos.

Los poliedros son la generalización de polígono para tres dimensiones.

Ángulos y temas afines

Comprensión y manejo de las medidas angulares en grados. Ángulos coterminales. Teorema de la suma de los ángulos internos en un triángulo (180 grados), sumas de los ángulos internos en cuadriláteros (regulares o irregulares). Ángulos entre paralelas (correspondientes, opuestos por el vértice, alternos internos y alternos externos). Sectores circulares (perímetro y área). Definición de polígono inscrito y polígono circunscrito a una circunferencia. Cálculo de ángulos internos de polígonos regulares.

Importante

Semejanza y congruencia

Concepto y reconocimiento de triángulos semejantes y congruentes. Reconocimiento de figuras geométricas (triángulos y otras) rotadas, trasladadas o dilatadas. Criterios de congruencia de triángulos: lado-lado-lado, lado-ángulo-lado y ángulo-lado-ángulo. Criterios de semejanza de triángulos: lado-lado-lado, lado-ángulo-lado y ángulo-ángulo.

Teoremas fundamentales

Teorema de los ángulos en la base de un triángulo isósceles (Pons asinorum). Teorema de Pitágoras. El teorema del ángulo central y el del ángulo inscrito. Teorema de Tales sobre el triángulo inscrito en una semi-circunferencia. Los teoremas de Tales sobre rectas paralelas. Conocimiento de los enunciados y la capacidad de aplicarlos en la resolución de problemas.

ÁLGEBRA

Axiomas

Propiedades de las operaciones suma y producto en el contexto algebraico (asociatividad, conmutatividad, cerradura, distributividad, elemento neutro, elemento simétrico e inversos).

Conceptos básicos

Definición de polinomio, término, monomio, binomio, trinomio, etc. Diferenciación entre los conceptos de variable y constante. Diferenciación entre los conceptos de dato (constante conocida) e incógnita (constante desconocida). Definición del grado de un polinomio, clasificación de polinomios según el grado (lineal, cuadrático, cúbico, cuártico, quíntico).

Operatoria algebraica

Valuación de expresiones algebraicas para valores específicos de las variables. Algunas operaciones aritméticas básicas (suma, resta y multiplicación) aplicadas a polinomios y a expresiones racionales. Radicales aplicados a monomios. Expansión de productos y simplificación de expresiones algebraicas, reducción de términos semejantes en polinomios y simplificación de expresiones racionales ya expresadas en términos de factores repetidos. División de monomios.

Las expresiones racionales son fracciones tales que su numerador y su denominador son polinomios.

Importante

Productos notables

Binomio al cuadrado, producto de binomios conjugados, binomio al cubo, producto de binomios con un término común, cuadrado de un polinomio.

Casos de factorización

Casos básicos de factorización en una o dos variables: factor común, trinomio cuadrado perfecto, diferencia de cuadrados, factorización por agrupación.

Divisibilidad de polinomios

Definición de divisibilidad **para polinomios**. Definiciones de múltiplo, divisor, múltiplo común y divisor común.

Teorema fundamental del álgebra

Definición de raíz de un polinomio. El teorema del factor. Conocimiento del enunciado del teorema fundamental del Álgebra para polinomios con coeficientes reales.

El teorema fundamental del Álgebra dice que todo polinomio con coeficientes reales se puede factorizar hasta el punto que todos los factores sean polinomios lineales o cuadráticos que no pueden seguir siendo factorizados (salvo por una factorización trivial, como extraer un factor común puramente numérico). Todos los factores poseen también coeficientes reales. Los polinomios cuadráticos que no pueden seguir siendo factorizados se llaman irreducibles. Por ejemplo, $x^2 + 1$ es irreducible.

Importante

Ecuaciones, desigualdades e inecuaciones

Diferenciar entre una ecuación y una identidad algebraica. Resolución de ecuaciones lineales mediante despeje algebraico. Concepto de inecuación (\neq) y desigualdad ($<$, $>$, \leq y \geq). Resolución de una inecuación o desigualdad lineal en una variable, representación gráfica (recta numérica) y por intervalos de la solución. Despejes que involucren únicamente la aplicación de operaciones inversas para ecuaciones de varias variables, como despejar el radio en la fórmula del volumen de una esfera. Sistemas de ecuaciones lineales en 2 o 3 variables.

En los exámenes se aplica el convenio de notación siguiente: un intervalo abierto se representa con paréntesis, en tanto que un intervalo cerrado con corchetes. Así por ejemplo, el intervalo abierto de 3 a 5 es $(3,5)$, mientras que el intervalo cerrado sería $[3,5]$.

COMBINATORIA

Principios

Conocer el enunciado y saber aplicar el principio de la suma, el principio de la multiplicación, el principio de inclusión y exclusión para dos o tres conjuntos, y el principio de las casillas o principio de Dirichlet.

El principio de inclusión y exclusión para tres conjuntos nos dice que la cardinalidad de la unión de tres conjuntos es igual a la suma de las cardinalidades individuales, restándole las cardinalidades de las intersecciones de parejas de los conjuntos, sumándole la de la intersección triple.

El principio de las casillas dice: si se desea clasificar objetos en casillas, con la posibilidad de colocar uno, ninguno, o varios objetos en cada casilla, y si se cuenta con más objetos que casillas, entonces forzosamente habrá una casilla con más de un objeto.

Importante

Conteo

Conocer la definición de factorial y su conexión con el conteo, la definición de permutación (con repetición y sin repetición), y la definición de combinación (sólo la versión sin repetición). Cálculo del número de permutaciones o combinaciones para conjuntos pequeños por exhaustión (sin fórmulas). Cálculo mediante fórmulas del número de permutaciones con repetición ${}_n\overline{P}_k$, permutaciones sin repetición ${}_nP_k$ y combinaciones sin repetición ${}_nC_k$, también denotado $\binom{n}{k}$. Problemas de conteo que involucran la división por casos.

Ejemplo de la división en casos: ¿Cuántos números de tres dígitos son tales que su primer y último dígito son iguales? En este problema se observa que forzando al dígito repetido a valer 1, se obtienen números del tipo $1 \square 1$, de los cuales hay 10 diferentes, y lo mismo sucede con las otras ocho posibilidades para el dígito repetido, esto es, $9 \times 10 = 90$ números en total.

Importante

Grafos

Conceptos de grafo, vértice y arista. Interpretación de poliedros como grafos. Problemas de conteo en grafos.

Ejemplo: Calcular cuántas estrechadas de mano ocurren entre diez personas, si se sabe que cada persona estrechó la mano una vez con cada una de las otras nueve.

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Medidas de tendencia central

Cálculo de moda, media y mediana de un listado de números racionales. Elaboración de tablas de frecuencia para un conjunto de datos. Problemas aritméticos que involucren el cálculo de promedios o el cálculo de valores individuales a partir de datos que incluyan el promedio.

Por ejemplo: Si Juan y Pedro tienen en promedio 20 quetzales, y se sabe que Pedro tiene 24, ¿Cuántos quetzales tiene Juan?

Probabilidad

Concepto básico de probabilidad para un número finito de eventos posibles (tiros de dados, selección de cartas en una baraja, tiros de monedas, etc.). Probabilidad conjunta de eventos independientes. Concepto de eventos mutuamente excluyentes y, entre ellos, los eventos complementarios.

OBSERVACIONES

Las barras que en el inicio del documento indican la frecuencia con la que se evalúa un área particular se miden en proporción al área más evaluada, que en este caso es Aritmética. Estas mediciones representan una aproximación basada en las pruebas de años anteriores. Debe tenerse en cuenta que cada año se fabrican pruebas originales, por lo que la medición no es perfecta.

Si un problema emplea el teorema de Pitágoras, por ejemplo, típicamente tendrá que evaluar también la valuación de fórmulas algebraicas. Por esta razón, algunas preguntas evalúan múltiples temas. Todos los temas son útiles, pero se han marcado con una etiqueta que dice "Importante" aquellos que resultan evaluados con una frecuencia mayor, dentro de cada área. Aún así, la distribución de temas es bastante balanceada (siguiendo la proporción de las barras).