

**Prueba de Matemática de Segundo Básico
Competencia Nacional**

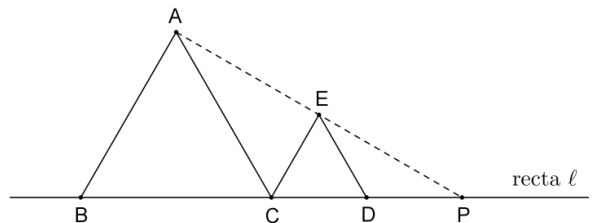
Instrucciones: A continuación se presentan cinco problemas para su solución. Es importante dejar constancia de todas las operaciones y procedimientos que justifiquen las respuestas dadas. Los aspectos que se evaluarán son: orden, limpieza, validez de los procedimientos utilizados y corrección de las respuestas dadas. Tiempo disponible: dos horas. Está permitido el uso de calculadoras.

Tema 1: 20 puntos

¿Cuántos enteros de tres dígitos que sean múltiplos de 6 cumplen la siguiente propiedad: si los dígitos se reordenan de cualquier forma posible, los números que se obtienen siguen siendo múltiplos de 6?

Tema 2: 20 puntos

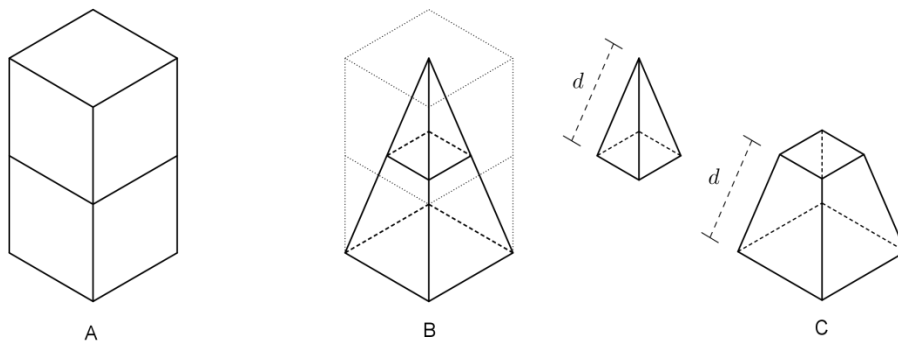
Dos triángulos equiláteros son colocados sobre la recta ℓ , tal y como aparece en el dibujo. La altura del triángulo equilátero **CDE** es la mitad de la altura del triángulo equilátero **BCA**. Si se traza la recta que pasa por **A** y por **E**, su punto de intersección con la recta ℓ es llamado **P**.



- a) Verificar que el segmento **AE** mide lo mismo que el segmento **EP**.
- b) Si el segmento **BP** mide 12 centímetros, hallar el área del triángulo **DPE**.

Tema 3: 20 puntos

Se apila un cubo sobre otro (ver figura A), y luego se cortan ambos para formar una pirámide de base cuadrada, con su cúspide en el centro de la cara superior de la torre de cubos (ver figura B). La pirámide está formada por dos partes, una pirámide de menor tamaño y otra truncada (ver figura C). Si el volumen de la parte inferior es 126, hallar el volumen de la parte superior.



Tema 4: 20 puntos

- a) Existen dos números que pueden reemplazar a n de forma que el polinomio: $x^2 + n^2x + 4n^2$ se factorice en dos factores iguales, ¿cuáles son esos números?
- b) Existen dos números que pueden reemplazar a m en los polinomios cuadráticos: $x^2 + mx - 14$ y $2x^2 - mx + 2$, de forma que al factorizar ambos polinomios resulte que tienen un factor lineal en común. ¿Cuáles son esos números?

Tema 5: 20 puntos

Se define una nueva operación, cuyo símbolo es \boxtimes , mediante la siguiente regla: si a y b son números reales, entonces $a \boxtimes b = a + b + ab$. Por ejemplo, $2 \boxtimes 3$ se calcula mediante la operación $2 + 3 + 2 * 3$, y da como resultado 11.

- a) Verificar que: $(3 \boxtimes 7) \boxtimes 4 = 3 \boxtimes (7 \boxtimes 4)$.
- b) De manera algebraica, verificar que se cumple: $(a \boxtimes b) \boxtimes c = a \boxtimes (b \boxtimes c)$.
- c) Hallar el valor de x que hace verdadera la ecuación (pista: el inciso anterior indica que la asociatividad es válida para esta nueva operación):

$$\left(\left(\left(\left(x \boxtimes \frac{1}{5} \right) \boxtimes \frac{1}{4} \right) \boxtimes \frac{1}{3} \right) \boxtimes \frac{1}{2} \right) \boxtimes 1 = 6$$